Indonesian Journal of Multidiciplinary Expertise (IJME): Jurnal Multidisiplin Ilmu*,* 1(4), Tahun 2023
e-ISSN: 3025-1583

Penerapan Dua Kendali Optimal pada Model Matematika Penyebaran Virus Ebola dengan Menggunakan Prinsip Minumum Pontryagin (PMP)

Sitti Rosnafi'an Sumardi[1], Yolanda Norasia[2], Winda Ade Fitriya B[3]
[1]Universitas Cenderawasih, Jayapura, Indonesia
[2]UIN Walisongo, Semarang, Indonesia
[3]Universitas Cenderawasih, Jayapura, Indonesia
rosnafian@gmail.com

Abstract: *In this journal a mathematical model of the SEIR type (Susceptible, Exposed, Infected, Recovery) was developed by adding two optimal controls, namely counseling control* (u_1) *and treatment control to support the immunity of Ebola Virus positive patients in fighting the virus* (u_2)*. After the system was established, the control* u_1 *and* u_2 *were then optimized using the PMP method with the aim of minimizing the number of individuals with deviant behavior in population S by implementing extension control* (u_1) *and minimizing the number of individuals infected with the Ebola Virus in population I by providing treatment to support the patient's immune system in fighting the virus* (u_2)*. Based on these results,* u_1 *can be optimal if* $u_1 = \frac{(\lambda_S-\lambda_R)S}{B}$*; where* B *is the cost required to implement control* u_1*. And* u_2 *can be optimal if* $u_2 = \frac{(\lambda_I-\lambda_R)I}{B}$*; where* B *is the cost required to implement control* u_2*. Apart from that, in this journal the optimal state and costate equations are obtained which can later be used in Matlab simulations to visualize the effectiveness of the optimal control used.*

Keywords: *Ebola Virus, SEIR, Two Optimal Controls, Pontryagin Minimum Principle (PMP)*

Abstrak: Pada jurnal ini dikembangkan model matematika tipe SEIR *(Susceptible, Expose, Infected, Recovery)* dengan menambahkan dua kendali optimal yaitu kontrol penyuluhan (u_1) dan kontrol pengobatan untuk mendukung kekebalan tubuh pasien positif Virus Ebola dalam memerangi virus (u_2). Setelah sistem tersebut dibentuk, selanjutnya dilakukan pengotimalan kendali $u_1$dan u_2 dengan menggunakan metode PMP dengan tujuan untuk memimumkan jumlah individu yang berperilaku menyimpang pada populasi S dengan penerapan kontrol penyuluhan (u_1) dan meminimumkan jumlah individu yang terinfeksi Virus Ebola pada populasi I dengan pemberian pengobatan untuk mendukung kekebalan tubuh pasien dalam memerangi virus (u_2). Berdasarkan hasil tersebut diperoleh u_1 dapat optimal jika $u_1 = \frac{(\lambda_S-\lambda_R)S}{B}$; dengan B adalah biaya yang dibutuhkan untuk menerapkan kontrol u_1. Dan u_2 dapat optimal jika jika $u_2 = \frac{(\lambda_I-\lambda_R)I}{B}$; dengan B adalah biaya yang dibutuhkan untuk menerapkan kontrol u_2. Selain itu, pada jurnal ini diperoleh persamaan *state* dan *costate* yang optimal yang akan sangat penting karena dapat digunakan pada simulasi *Matlab* untuk memvisualisasikan efektivitas kendali optimal yang digunakan.

Kata kunci: Virus Ebola, SEIR, Dua Kendali Optimal, Prinsip Minumum Pontryagin (PMP)

Pendahuluan

Pada era milenial ini sangat banyak virus yang dapat menyebabkan kematian jika tidak segera ditangani secara tepat. Salah satu di antaranya adalah virus Ebola yang presentasi kematiannya cukup tinggi yakni rata-rata 50% dan pada wabah di masa lalu kisaran $25\% - 90\%$ (WHO,2018). Virus Ebola termasuk salah satu virus Zoonosis. Virus Zoonosis merupakan penyakit atau infeksi yang ditularkan secara ilmiah antara hewan vetebrata (golongan hewan yang memiliki tulang belakang) dan manusia. Transmisi utama dari penyebaran virus Ebola yang sering terjadi di Kongo adalah penyebaran dari manusia ke manusia melalui kontak langsung yakni melalui kulit yang rusak atau selaput lendir (Sariadji, Kambang, 2022).

Jurnal ini merupkan pengembangan dari dua jurnal sebelumnya yang berjudul "Analisis Kendali Optimal Pada Penyebaran Virus Ebola Dengan Mempertimbangkan Pengaruh Perubahan

Perilaku Manusia Dan Iklim"(Sitti rosnafi'an sumardi, 2022). Junal (Rosnafian, 2019) membahas tentang pembuatan model matematika penyebaran Virus Ebola di Negara Kongo serta analisis matematikanya. Hasil analisis kestabilan yang diperoleh dari model matematika penyebaran virus Ebola dengan mempertimbangkan Pengaruh perilaku manusia dan iklim di Kongo yang telah dibentuk adalah Virus Ebola di Kongo tidak stabil. Hal tersebut berarti virus Ebola dapat tersebut berkembang dalam waktu yang lama jika tidak dikendalikan. Untuk itu, pada jurnal selanjutnya (Sitti, 2022) digunakan kendali optimal berupa penyuluhan untuk mencegah Virus Ebola tidak bertambah luas. Berbeda dengan penelitian sebelumnya, pada penelitian ini akan menggunakan dua kendali optimal yakni melaksanakan penyuluhan untuk mencegah masyarakat terinfeksi virus Ebola dan pemberian pengobatan bagi pasien positif virus Ebola.

Hingga saat ini belum ada obat khusus untuk menyembuhkan virus Ebola. Dengan demikian, pemberian pengobatan pada pasien terinfeksi bertujuan untuk meningkatkan antobodi pasien/individu yang terinfeksi virus Ebola. Dari peningkatan antibody ini akan memberikan pertahanan tubuh bagi individu yang terdapat pada poulasi I agar virus Ebola melemah. Selain itu agar kuman dan zat berbahaya lainnya tidak masuk ke tubuh pasien.

Menurut artikel dari Kemenkes (Sariadji, Kambang, 2022) terkait virus Ebola, Virus Ebola sering terjadi di Negara Kongo, namun di era mobilitas yang sangat tinggi saat ini, tidak menutup kemungkinan virus tersebut akan sampai ke Indonesia. Untuk itu, melalui jurnal ini diharapkan dapat menambah wawasan terkait virus Ebola, upaya pencegahan dan pengendalian virus Ebola.

Metode

Prinsip Minimum Pontryagin (PMP)

Prinsip Minimum Pontryagin merupakan salah satu cara dalam menyelesaikan masalah kendali optimal dengan kendala yang terbatas pada suatu model. Metode tersebut digunakan untuk memperoleh kendali terbaik pada sistem dinamik dari *state* awal hingga akhir, yaitu dengan meminimalkan fungsi objektif. Prinsip ini menyatakan secara informal bahwa persamaan Hamiltonian akan dioptimalkan sepanjang u yang merupakan Himpunan Kendali (Subiono, 2013).

Secara umum, masalah kendali optimal diformulasikan sebagai berikut, misalkan suatu perubahan dari variabel keadaan $x(t)$ terhadap berubah waktu t diberikan persamaan.

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \qquad (1)$$

dengan keadaan awal $x(t_0) = x_0$ dan keadaan akhir $x(t_1) = x_1$ dan $u(t)$ menyatakan pengendali keadaan yang berpengaruh terhadap waktu t. Dalam hal ini masalah kontrol optimal adalah mencari pengontrol optimal u^* yang memenuhi persamaan (1) dengan syarat nilai J yang berikut ini:

$$J(x) = h(x(t_1), t_1) + \int_{t_0}^{t_1} g(x, u, t)\, dx$$

adalah minimum.

Langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah kendali optimal adalah sebagai berikut:

1) Langkah 1

   Bentuk fungsi Hamiltonian (H) sebagai berikut,

   $H(x,u,\lambda,t) = g(x,u,t) + \lambda'(x,u,t)$ dengan tanda "petik(')" menyatakan suatu transpose.

2) Langkah 2

   Selesaikan persamaan kontrol $\frac{\partial}{\partial u} H(x,u,\lambda,t) = 0$

   untuk meperoleh $u^* = u^*(x,\lambda,t)$.

3) Langkah 3

   Dengan menggunakan hasil yang diperoleh dari langkah 2, akan didapatkan fungsi Hamiltonian yang optimal (H^*), yaitu:

$$H^*(x,\lambda,t) = H(x,u^*,\lambda,t)$$

4) Langkah 4

   Selesaikan $2n$ persamaan diferensial, dengan n adalah jumlah variabel keadaan ($state$):

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial}{\partial \lambda} H^*(x,\lambda,t)$$

   dan persamaan *costate* (ko-keadaan) yaitu:

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{\partial}{\partial \lambda} H^*(x,\lambda,t)$$

   Dengan kondisi batas diberikan oleh keadaan awal dan keadaan akhir yang disebut kondisi *transversality*.

5) Langkah 5

   Subtitusi hasil yang diperoleh dari langkah 4 ke dalam persamaan $u^*(t)$ pada langkah 2 untuk memperoleh kontrol optimal yang dicari.

(Subiono, 2013)

Hasil dan Pembahasan

Model matematika penyebaran virus Ebola pada penelitian ini merujuk dari jurnal (Rosnafian, 2019) dan jurnal (Sitti rosnafi'an sumardi, 2022). Berbeda dengan jurnal sebelumnya pada jurnal ini penulis menambahkan satu kendali optimal yakni pemberian pengobatan yang disimbolkan parameter (u_2). Untuk u_1 nya merupakan pemberian penyuluhan (pada jurnal (Sitti rosnafi'an sumardi, 2022) disimbokan dengan u).

Adapun model matematikan penyebaran virus Ebola dengan menggunakan dua kendali/kontrol optimal adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta_{10} IS - \beta_{20} ES - \mu S + \gamma_0 R + \alpha S - u_1 S \\ \frac{dE}{dt} &= \beta_{10} IS + \beta_{20} ES - \varepsilon_0 E - (\mu + \mu_{10})E + \alpha E \qquad (2) \\ \frac{dI}{dt} &= \varepsilon_0 E + \nu_0 I - (\mu + \mu_{20})I - u_2 I \end{aligned}$$

$$\frac{dR}{dt} = \nu_0 I - \gamma_0 R - (\mu + \mu_{30})R + u_1 S + u_2 I$$

Dimana $N = S + E + I + R$. Kondisi awal ang digunakan dalam penelitian ini yaitu $S(0) = S_0, E(0) = E_0, I(0) = I_0,$ dan $R(0) = R_0$.

Variabel dan parameter yang digunakan adalah sebagai berikut:

$S =$ Populasi rentan terkena virus Ebola;

$E =$ Populasi yang menunjukkan tanda-tanda terinfeksi virus Ebola namun belum dilakukan pemeriksaan medis;

$I =$ Populasi yang terinfeksi virus Ebola yang telah dipastikan melalui pemeriksaan medis;

$R =$ Populasi *recovery* (individu-individu yang telah sembuh/ bebas dari virus Ebola);

$\Lambda =$ Tingkat kelahiran alami;

$\mu =$ Tingkat kematian alami;

$\mu_{10,20,30} =$ Tingkat kematian akibat penyakit pada masing-masing populasi;

$\beta_{10} =$ Tingkat transmisi virus Ebola pada individu *susceptible* saat bertemu dengan individu *infected*;

$\beta_{20} =$ Tingkat transmisi virus Ebola pada individu *susceptible* saat bertemu dengan individu *exposted*;

$\alpha =$ Tingkat perubahan perilaku manusia yang dipengaruhi oleh perubahan iklim pada suatu populasi;

$\varepsilon_0 =$ Tingkat transisi populasi exposed menjadi *infected*;

$\nu_0 =$ Tingkat transisi populasi infected menjadi *recovery*;

$\gamma_0 =$ Tingkat transisi populasi recovery menjadi *susceptible*;

$u_1 =$ Kontrol penyuluhan;

$u_2 =$ Kontrol pengobatan untuk mendukung kekebalan tubuh pasien positif Virus Ebola dalam memerangi virus.

Langkah-langkah kendali optimal dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin

Tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah untuk memimumkan jumlah individu yang berperilaku menyimpang pada populasi S dengan penerapan kontrol penyuluhan (u_1) dan meminimumkan jumlah individu yang terinfeksi Virus Ebola pada populasi I dengan pemberian pengobatan untuk mendukung kekebalan tubuh pasien dalam memerangi virus (u_2).

Berdasarkan model matematika dengan menggunakan kontrol optimum yang terdapat pada persamaan(2) ditentukan model optimalnya dengan menggunakan Metode prinsip Minimum pontryagin dengan langkah-langkah sebagai berikut

1) Membentuk fungsi tujuan

   Sesuai dengan tujuan dari penelitian ini yaitu meminimumkan jumlah individu yang berperilaku menyimpang pada populasi $Susceptible\ (S)$ dan meminimumkan jumlah individu yang terinfeksi Virus Ebola pada populasi $Infected\ (I)$ dengan meminimumkan jumlah biaya yang akan dikeluarkan (B).

Berdasarkan tujuan tersebut makan fungsi tujuan pada penelitian ini adalah

$$J(S,I,u_1,u_2)=\int_{t_0}^{t_f} S(t)+I(t)+\frac{1}{2}(Bu_1^2+Bu_2^2)(t)\quad dt$$

B merupakan parameter bobot yang membantu menyeimbangkan biaya pada waktu awal (t_0) hingga pada waktu akhir (t_f).

Langkah penyelesaian untuk memperoleh kontrol penyuluhan pada populasi S dan pemberian pengobatan untuk mendukung kekebalan tubuh pasien pada poulasi I agar hasil yang diperoleh optimal adalah sebagai berikut

2) Bentuk Fungsi Hamiltonian

$$H(S,E,I,R)=S(t)+I(t)+\frac{B}{2}(u_1^2+u_2^2)+\sum_{i=1}^{4}\lambda_i f_i$$

dengan $i=1,2,3,4$ dan $f_1=\dot{S}$, $f_2=\dot{E}, f_3=\dot{I}, f_4=\dot{R}$

maka

$$\begin{aligned}
&H(S,E,I,R)\\
&\quad=S(t)+I(t)+\frac{B}{2}(u_1^2+u_2^2)+\lambda_S(\Lambda-\beta_{10}IS-\beta_{20}ES-\mu S+\gamma_0 R+\alpha S-u_1 S)\\
&\quad+\lambda_E(\beta_{10}IS+\beta_{20}ES-\varepsilon_0 E-(\mu+\mu_{10})E+\alpha E)+\lambda_I(\varepsilon_0 E+\nu_0 I-(\mu+\mu_{20})I-u_2 I)\\
&\quad+\lambda_R(\nu_0 I-\gamma_0 R-(\mu+\mu_{30})R+u_1 S+u_2 I)
\end{aligned}$$

3) Meminimumkan H terhadap vektor kendali $u_1(t)$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=0$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_1}=0$$

$$Bu_1-S\lambda_s+S\lambda_R=0$$

$$Bu_1=S\lambda_s-S\lambda_R$$

$$u_1=\frac{(\lambda_s-\lambda_R)S}{B}$$

Nilai batas kontrol penyuluhan adalah $0<u_1(t)<1$, sehingga kendali optimal $u_1(t)$ dapat dituliskan menjadi

$$u_1(t)=\min(1,\max(0,u_1))$$

4) Meminimumkan H terhadap vektor kendali $u_2(t)$

$$\frac{\partial H}{\partial t}=0$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2}=0$$

$$Bu_2-I\lambda_I+I\lambda_R=0$$

$$Bu_2=I\lambda_I-I\lambda_R$$

$$u_2=\frac{(\lambda_I-\lambda_R)I}{B}$$

Nilai batas kontrol pemberian obat penambah kekebalan tubuh bagi pasien positif Virus Ebola adalah $0 < u_2(t) < 1$, sehingga kendali optimal $u_2(t)$ dapat dituliskan menjadi

$$u_2(t) = \min(1, \max(0, u_2))$$

5) Menentukan H^* yang optimal

$$\begin{aligned}
H^*(S, E, I, R) \\
&= S(t) + I(t) + \frac{B}{2}((\min(1, \max(0, u_1)))^2 + (\min(1, \max(0, u_2)))^2)(t) \\
&+ \lambda_s(\Lambda - \beta_{10}IS - \beta_{20}ES - \mu S + \gamma_0 R + \alpha S - (\min(1, \max(0, u_1)))S) \\
&+ \lambda_E(\beta_{10}IS + \beta_{20}ES - \varepsilon_0 E - (\mu + \mu_{10})E + \alpha E) \\
&+ \lambda_I(\varepsilon_0 E - \nu_0 I - (\mu + \mu_{20})I - (\min(1, \max(0, u_2)))I) \\
&+ \lambda_R(\nu_0 I - \gamma_0 R - (\mu + \mu_{20})R + (\min(1, \max(0, u_1)))S + (\min(1, \max(0, u_2)))I)
\end{aligned}$$

6) Menyelesaikan persamaan *state* dan *costate* untuk memperoleh sistem yang optimal

a) Persamaan *State*

$$\frac{dH^*}{d\lambda_s} = \Lambda - \beta_{10}IS - \beta_{20}ES - \mu S + \gamma_0 R + \alpha S - (\min(1, \max(0, u_1)))S$$

$$\frac{dH^*}{d\lambda_E} = \beta_{10}IS + \beta_{20}ES - \varepsilon_0 E - (\mu + \mu_{10})E + \alpha E$$

$$\frac{dH^*}{d\lambda_I} = \varepsilon_0 E - \nu_0 I - (\mu + \mu_{20})I - (\min(1, \max(0, u_2)))I$$

$$\frac{dH^*}{d\lambda_R} = \nu_0 I - \gamma_0 R - (\mu + \mu_{20})R + (\min(1, \max(0, u_1)))S + (\min(1, \max(0, u_2)))I$$

b) Persamaan *Costate*

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_s}{dt} &= -\left(\frac{dH^*}{dS}\right) \\
&= -1 - \lambda_s(-\beta_{10}I - \beta_{20}E - \mu + \alpha - \min(1, \max(0, u_1))) - \lambda_E(\beta_{10}I + \beta_{20}E) \\
&\qquad - \lambda_R(\min(1, \max(0, u_1)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_E}{dt} &= -\left(\frac{dH^*}{dE}\right) \\
&= \lambda_s(\beta_{20}S) - \lambda_E(\beta_{20}S - \varepsilon_0 - \mu - \mu_{10} + \alpha) - \lambda_I(\varepsilon_0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_I}{dt} &= -\left(\frac{dH^*}{dI}\right) \\
&= -1 + \lambda_s(\beta_{10}S) - \lambda_E(\beta_{10}S) - \lambda_I(-\nu_0 - \mu - \mu_{20} - \min(1, \max(0, u_1))) \\
&\qquad - \lambda_R(\nu_0 + \min(1, \max(0, u_1)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_R}{dt} &= -\left(\frac{dH^*}{dR}\right) \\
&= -\lambda_s(\gamma_0) - \lambda_R(\gamma_0 - \mu - \mu_{30})
\end{aligned}$$

Untuk parameter u_2 pada penelitian ini di asmumsikan memiliki nilai 1 karena diasumsikan seluruh pasien yang positif terinfeksi virus Ebola diberikan pemberian pengobatan untuk mendukung kekebalan tubuh (meningkatkan antibody) pasien.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan diatas, kesimpulan yang dapat dieroleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1) Penerapan kontrol penyuluhan (u_1) dapat memperoleh hasil yang optimal pada poulasi yang rentan terkeda virus Ebola (S) jika $u_1 = \frac{(\lambda_s - \lambda_R)S}{B}$ dengan B adalah biaya yang dibutuhkan untuk menerapkan kontrol u_1.
2) Penerapan kontrol berupa pemberian pengobatan untuk mendukung kekebalan tubuh pasien dalam memerangi virus (u_2) dapat memperoleh hasil yang optimal pada poulasi posotif terinfeksi Virus Ebola (I) jika $u_2 = \frac{(\lambda_I - \lambda_R)I}{B}$; dengan B adalah biaya yang dibutuhkan untuk menerapkan kontrol u_2.
3) Diperoleh persamaan *State* yang optimal sebagai berikut:

$$\frac{dH^*}{d\lambda_s} = \Lambda - \beta_{10}IS - \beta_{20}ES - \mu S + \gamma_0 R + \alpha S - (\min(1, \max(0, u_1)))S$$

$$\frac{dH^*}{d\lambda_E} = \beta_{10}IS + \beta_{20}ES - \varepsilon_0 E - (\mu + \mu_{10})E + \alpha E$$

$$\frac{dH^*}{d\lambda_I} = \varepsilon_0 E - \nu_0 I - (\mu + \mu_{20})I - (\min(1, \max(0, u_2)))I$$

$$\frac{dH^*}{d\lambda_R} = \nu_0 I - \gamma_0 R - (\mu + \mu_{20})R + (\min(1, \max(0, u_1)))S + (\min(1, \max(0, u_2)))I$$

4) Diperoleh persamaan *Costate* yang optimal sebagai berikut :

$$\frac{d\lambda_s}{dt} = -1 - \lambda_s(-\beta_{10}I - \beta_{20}E - \mu + \alpha - \min(1, \max(0, u_1))) - \lambda_E(\beta_{10}I + \beta_{20}E) - \lambda_R(\min(1, \max(0, u_1)))$$

$$\frac{d\lambda_E}{dt} = \lambda_s(\beta_{20}S) - \lambda_E(\beta_{20}S - \varepsilon_0 - \mu - \mu_{10} + \alpha) - \lambda_I(\varepsilon_0)$$

$$\frac{d\lambda_I}{dt} = -1 + \lambda_s(\beta_{10}S) - \lambda_E(\beta_{10}S) - \lambda_I(-\nu_0 - \mu - \mu_{20} - \min(1, \max(0, u_1))) - \lambda_R(\nu_0 + \min(1, \max(0, u_1)))$$

$$\frac{d\lambda_R}{dt} = -\lambda_s(\gamma_0) - \lambda_R(\gamma_0 - \mu - \mu_{30})$$

Referensi

Arfani, A., & Nilamsari Kusumastuti, S. M. (2015). Analisis Kestabilan dan Proses Markov Model Penyebaran Penyakit Ebola. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, *4*(03).

Li, Z., Teng, Z., Feng, X., Li, Y., dan Zhang, H. (2015). *Dynamical Analysis of an SEIT Epidemic Model with Application to Ebola Virus Transmission in Guinea*. Hindawi Publishing Corporation, Volume

2015, Article ID 582625.

Ndanguza, D., Tchuenche, J.M., dan Haario, H. (2011). *Statistical data analysis of the 1995 Ebola outbreak in the Democratic Republic of Congo*. African Mathematical Union and Springer, DOI 10.1007/s13370-011-0039-5.

Ratnaningsih, A. J., & Nusantara, T. (2022). Analisis model matematika penyebaran virus ebola. *Jurnal MIPA dan Pembelajarannya (JMIPAP)*, *2*(10).

Rosnafian S., Sitti., Mardlijah, and Hariyanto. (2019). *Stability Analysis on the Spread of the Ebola Virus Considering Changes in Human Behavior and Climate (Case Study: Democratic Republic of the Congo)*. Journal of Physics Conference Series 1373(1):012043.DOI:10.1088/1742-6596/1373/1/012043.

Sariadji, Kambang. (2019). Kasus Ebola di Kongo: Jauh Dari Indonesia Tapi Terasa Dekat, Bagaimana Antisipasinya?. https://www.badankebijakan.kemkes.go.id/kasus-ebola-di-kongo-jauh-dari-indonesia-tapi-terasa-dekat-bagaimana-antisipasinya/. (Artikel Web). Di akses tanggal 1 oktober 2023.

Sitti rosnafi'an sumardi. (2022). Analisis Kendali Optimal Pada Penyebaran Virus Ebola Dengan Mempertimbangkan Pengaruh Perubahan Perilaku Manusia Dan Iklim. Journal Of Healt, Economics, Sains, And Technology (J-HEST). Sulawesi Barat, Jurnal Edisi Desember 2022.

Subiono. (2013). "*Sistem Linear dan Kontrol Optimal*", Version 2.2.1. Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.

Qomarudin, M. H., Metyana, A. C., & Afifah, Y. N. (2020). Analisis Kestabilan dan Travelling Wave pada Model Penyebaran Virus Ebola. *Briliant: Jurnal Riset dan Konseptual*, *5*(2), 369-383.

World Health Organization. (2018). *Risk Communication and Community Engagement (RCCE) Considerations: Ebola Response in the Democratic Republic of the Congo*. WHO Health Emergencies Programme, Switzerland, hal. 4-19.